

Н. Г. Миндюк
И. С. Шлыкова

Рабочая
тетрадь

АЛГЕБРА

КЛАСС
7

Часть 2




ПРОСВЕЩЕНИЕ
ИЗДАТЕЛЬСТВО

Н. Г. Миндюк
И. С. Шлыкова

АЛГЕБРА

Рабочая
тетрадь

7

КЛАСС

Пособие для учащихся
общеобразовательных
организаций

В двух частях

Часть 2

3-е издание

Москва
«Просвещение»
2014

УДК 373.167.1:512
ББК 22.14я72
М61

Рабочая тетрадь является частью учебно-методического комплекта по алгебре авторов Ю. Н. Макарычева, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешкова, С. Б. Суворовой, под редакцией С. А. Теляковского.

Учебное издание

Миндюк Нора Григорьевна
Шлыкова Инга Соломоновна

АЛГЕБРА
Рабочая тетрадь
7 класс

Пособие для учащихся общеобразовательных организаций
В двух частях
Часть 2

Зав. редакцией *Т. А. Бурмистрова*
Редактор *Т. Г. Войлокова*
Младший редактор *Е. А. Андреевкова*
Художественный редактор *О. П. Богомолова*
Компьютерная графика *И. В. Губиной*
Технический редактор и верстальщик *Т. М. Якутович*
Корректоры *Л. С. Александрова, Е. Д. Светозарова*

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000.
Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 20.06.13. Формат
70×90^{1/16}. Бумага офсетная. Гарнитура Школьная. Печать офсетная. Уч.-изд. л. 2,60.
Доп. тираж 10 000 экз. Заказ № 37009 (П-8м).

Открытое акционерное общество «Издательство «Просвещение».
127521, Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано в филиале «Смоленский полиграфический комбинат»
ОАО «Издательство «Высшая школа».
214020, Смоленск, ул. Смольянинова, 1.
Тел.: +7 (4812) 31-11-96. Факс: +7 (4812) 31-31-70
E-mail: spk@smolpk.ru <http://www.smolpk.ru>

ISBN 978-5-09-032018-4 (2)
ISBN 978-5-09-032017-7 (общ.)

© Издательство «Просвещение», 2011
© Художественное оформление.
Издательство «Просвещение», 2011
Все права защищены

Предисловие

Данная работа является дополнением к учебнику «Алгебра, 7» авторов Ю. Н. Макарычева и др., под редакцией С. А. Теляковского (15-е, доработанное, и последующие издания).

Рабочая тетрадь включает 40 работ, составленных ко всем пунктам учебника, за исключением дополнительных пунктов под рубрикой «Для тех, кто хочет знать больше». Она представлена в двух частях. В первую часть вошли работы, относящиеся к первым трём главам учебника: «Выражения, тождества, уравнения», «Функции», «Степень с натуральным показателем». Во вторую часть вошли работы, относящиеся к трём последующим главам: «Многочлены», «Формулы сокращённого умножения», «Системы линейных уравнений».

Каждая работа состоит из двух разделов. В разделе I содержатся несложные задания, способствующие усвоению вводимых понятий и алгоритмов, формированию фундаментальных умений, установлению связей нового материала с ранее изученным. В разделе II включены более сложные задания, выполнение которых требует свободного владения сформированными знаниями и умениями, проявления интеллектуальной гибкости.

Представленные в рабочей тетради упражнения разнообразны по форме предъявления. Учащимся предлагается закончить начатое решение, установить некоторое соответствие, проиллюстрировав его с помощью стрелок, выбрать верный ответ, обводя кружком соответствующий номер, и т. п. Наличие подготовленных таблиц, вычерченной системы координат, некоторых пояснений к составлению уравнения или системы уравнений и т. п. создаёт предпосылки для интенсификации учебного процесса.

Рабочая тетрадь предоставляет широкие возможности для организации классной и домашней работы учащихся.

$$4x^2y - 5xy + 3x - 1$$

22. МНОГОЧЛЕН И ЕГО СТАНДАРТНЫЙ ВИД

I

1. Укажите одночлены, которые являются членами многочлена:

а) $-4x^2 + 8x^3y - 2y + 10$:

б) $2a^4b - 0,2a - 35b^2 + 4$:

2. Приведите подобные члены многочлена:

$$\underline{18c^2d} - \underline{5} - \underline{7cd^2} + \underline{4c^2d} + \underline{2cd^2} + \underline{6} = 22c^2d - 5cd^2 + 1$$

а) $6m^3n - 1 - 3mn^2 + 4m^3n - 8$ =

б) $2ab + b^2 - 3b^4 - 5ab + b^4$ =

в) $-10xy + 5 - 6x^2y + 2xy - 9$ =

3. Запишите в стандартном виде многочлен:

$$3x \cdot 5y^2 - 2x^2 \cdot 4y + xy^2 - 4x^2y = \underline{15xy^2} - \underline{8x^2y} + \underline{xy^2} - \underline{4x^2y} = \\ = 16xy^2 - 12x^2y$$

а) $3ay^3 + a^2 - 4a^3y + 3a^2 - ay^3 - 4a^2$ =

б) $4c \cdot 2d^2 + 2c \cdot 3d^3 - cd^2 - 5cd^3$ =

4. Расположите члены многочлена по убывающим степеням переменной:

а) $5x^3 - 2x^4 - 4x^2 + 6 - x =$

б) $-2a^2 + 14 + 5a^6 - 3a^3 =$

5. Расположите члены многочлена по возрастающим степеням переменной:

а) $2b^3 + 1 - 4b^2 - 3b^5 + b =$

б) $5y^2 - 16y - 4 + 3y^5 - 2y^4 =$

6. Найдите значение многочлена:

а) $2x^3 + x^8 - 3x^3 - 4x^2 - x^8 + x$ при $x = -2$;

б) $4a^2b - a^3b^2 + 6a^2b - b + a^3b^2$ при $a = -1$, $b = 2$.

а)

б)

Ответ: а) б)

7. Продолжите запись:

а) степень многочлена $2a^3 - a^4 + 6$ равна

б) степень многочлена $5x^3y^2 - 6xy + 2$ равна

в) степень многочлена $16 - 2c$ равна

г) степень многочлена $cd + ad - ac + 5$ равна

8. Даны четыре многочлена:

1. $2x^2y - 3xy + 5xy^2$;

2. $4ab + 8a^3b - 2a^2b^2$;

3. $-cd^4 + 2c^2d^3 + d^8$;

4. $3mn - 16m^2 + 5$.

а) Какой из этих многочленов является многочленом четвертой степени?

б) Какой из этих многочленов имеет наибольшую степень?

в) Какой из этих многочленов имеет наименьшую степень?

Ответ: а) б) в)

9. Из данных многочленов выберите два многочлена, имеющие одинаковую степень.

1. $3x^2y - 4y^3 + 5$;

2. $2xyz^2 - 3y^2z + 5x$;

3. $1 - 4xy^3 + z^2$;

4. $4yz^4 - xy^2 + 16$.

Ответ: и

10. Используя калькулятор, найдите значение многочлена:

а) $a^2 - 5,13$ при $a = 2,23$;

б) $x^3 + 8x$ при $x = 1,2$.

Ответ округлите до 0,01.

Ответ: а) б)

11. Составьте какой-либо трёхчлен четвёртой степени, содержащий:

а) одну переменную:

б) две переменные:

II

12. Расположите члены многочлена $5x^6 - xy^2 + 3x^7y^8 - 4x^{10}y^5 - y^{12}$ по убывающим степеням:

а) переменной x :

б) переменной y :

13. Найдите значение многочлена:

а) $5x^4 - 2x^3 + 8x^2 - 12x + 5$ при $x = -2$;

.....

.....

б) $a^2b - 6a^3 + 8ab^2 - 2b + 2$ при $a = -2$, $b = 0,5$.

.....

.....

Ответ: а) б)

14. В многочлене $x^m y^n - xy^2 - x^2 y^4 - xy + 5$ замените показатели степени m и n натуральными числами так, чтобы получился многочлен: а) седьмой степени; б) третьей степени.

Укажите все возможные ответы:

а) $m = 1, n = 6$;

б)
.....

15. Найдите значение многочлена, представив его предварительно в стандартном виде:

а) $2xy - 3x - 4x + 2y$ при $x = -10, y = -3$;

.....
.....

б) $4ab^3 - a^2b^2 + ab^3 - a^3b + 5a^3b$ при $a = -1, b = 1$.

.....
.....

Ответ: а) б)

16. В многочлене $2x^4 - 3x^3 + x^2 - 5x + 1$ замените x на: а) $-x$; б) $-2a$.

.....
.....

17. Представьте многочлен в стандартном виде и найдите его числовое значение при заданных значениях переменных:

а) $x \cdot 8xy - yx - y \cdot 7x^2 + 5xy^2$ при $x = \frac{1}{2}, y = -2$;

.....
.....

б) $5c^2d - d \cdot 8c^3 + 9c \cdot cd^2 + 4c^3d$ при $c = -1, d = \frac{1}{3}$.

.....
.....

Ответ: а) б)

18. Упростите выражение при условии, что $a + 2b = 0$:

а) $2b \cdot 6a^2b - 10ab \cdot (-2)b^2 =$

б) $a \cdot 5ab + 6ba^3 - 12b \cdot b \cdot a - 4a^2b =$

23.

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ МНОГОЧЛЕНОВ

I

1. Даны два трёхчлена: $3x^4 - 6x^2 + 7$ и $x^4 + 3x^2 - 4$.

Составьте и преобразуйте в многочлен стандартного вида:

а) сумму этих трёхчленов:

б) разность второго и первого трёхчленов:

2. Упростите выражение:

а) $7,5a - (2,3a + 0,4a^3) =$

б) $(4,2x - x^2 + 6) + 0,4x^2 - (9,3x + 1,4x^2) =$

3. Докажите, что выражение $(b^3 - 4bc) - (5 - 2bc) + (2bc - b^3)$ тождественно равно -5 .

4. Какой двучлен надо прибавить к многочлену $c^3 - d^3 + 4cd - 6$, чтобы полученный многочлен:

а) не содержал переменной c ; б) не содержал переменной d ?

Ответ: а) б)

5. Вычислите значение выражения

$$(2, 3x^2y + 1, 1xy + 6y^2) - (4, 1xy - 1, 2x^2y + 6y^2):$$

а) при $x = 2, y = 3$;

б) при $x = -1, y = 4$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

6. Решите уравнение:

a) $2 - (1, 2x - 14, 4) = 10 + 2x;$

$$6) \quad 5,6 - 1,2y + (3,4y - 0,2) = 5,4y + 11,8.$$

$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m \dot{x}^2 \right)$

Ответ: а) б)

7. Представьте каким-либо способом в виде разности двух двучленов выражение:

a) $x^4 - 6x^2 + 5x - 2 =$

6) $y^3 + 8y - 6 - 2y^2 =$

8. Докажите, что при любом значении переменной y значение выражения $-(y^2 - 9y + 12) + (3y^2 - y) - (2y^2 + 8y - 33)$ кратно 7.

.....

.....

9. Первая сторона треугольника равна $(a+b)$ см, вторая — на $(a-3)$ см больше, а третья сторона равна $(3b+1)$ см. Найдите периметр этого треугольника.

Решение. Вторая сторона треугольника равна

$$(a+b) + (a-3) = \dots\dots\dots \text{ см.}$$

Периметр P равен сумме трёх сторон треугольника:

$$P = (a-3) + \dots\dots\dots + (3b+1) = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

Ответ: $P = \dots\dots\dots$

10. Представьте многочлен $6a^3 - 8a^2 + 2a + 3$:

а) в виде суммы двух двучленов, одним из которых является

двучлен $6a^3 + 3$: $\dots\dots\dots$

б) в виде разности двух двучленов, в которой вычитаемым яв-

ляется двучлен $8a^2 - 3$: $\dots\dots\dots$

II

11. Упростите выражение и найдите его значение:

а) $(c^3 - c^2) - (3c + c^3)$ при $c = 0,2$;

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

б) $-(6x - 2) + (3x - 8)$ при $x = -1,2$.

$$\dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots$$

Ответ: а) $\dots\dots\dots$ б) $\dots\dots\dots$

12. Пусть $A = x^3 - 3xy + y^3$; $B = 2x^3 - y^3$; $C = x^3 + 2xy$. Упростите выражение:

а) $A - B + C =$

.....

.....

б) $-A - B + C =$

.....

.....

13. С первого участка собрали a кг моркови, со второго — на 8% меньше, а с третьего — на 30 кг меньше, чем с первых двух. Сколько моркови собрали с трёх участков?

Решение. Со второго участка собрали кг моркови,
с первого и второго участков вместе кг,
с третьего участка кг, со всех трёх
участков собрали кг моркови.

Ответ:

14. Докажите, что:

а) сумма трёх последовательных нечётных чисел делится на 3;

.....

.....

б) сумма четырёх последовательных нечётных чисел делится на 8.

.....

.....

.....

15. Преобразуйте в многочлен стандартного вида:

а) $5a - (-(3a - 2) + (a - 6)) + 8 =$

.....

.....

б) $3 - (5xy^2 - (3x^2y + xy) + (xy^2 - 4x^2y) + xy) =$

.....

.....

16. Упростите выражение $5abc - (2a^2b - (3abc + (6ab^2 - 3a^2b)))$ и найдите его значение при $a = -1$, $b = 2$, $c = -2$.

.....

.....

.....

.....

Ответ:

17. Докажите, что при любом значении x разность многочленов

$$1\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{8}x^3 - 2\frac{3}{4}x^2 - \frac{1}{5}x - \frac{2}{7} \text{ и } 2,25x^4 + 0,125x^3 - 1,75x^2 - 0,2x + \frac{5}{7}$$

принимает отрицательное значение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

18. В январе бригада изготавливала ежедневно a деталей, в феврале — на 15% больше, чем в январе, и на c деталей меньше, чем в марте. Сколько деталей изготовила бригада за первый квартал, если в январе было 15 рабочих дней, в феврале — 20, а в марте — 22 рабочих дня?

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

24. УМНОЖЕНИЕ ОДНОЧЛЕНА НА МНОГОЧЛЕН

I

1. Выполните умножение одночлена на многочлен:

$$\begin{aligned}-2x^3(4x^2 + 7x - 16) &= -2x^3 \cdot 4x^2 + (-2x^3) \cdot 7x + (-2x^3) \cdot (-16) = \\ &= -8x^5 - 14x^4 + 32x^3\end{aligned}$$

а) $5a(2a^2 - 8a + 4) = 5a \cdot 2a^2 - 5a \cdot 8a + 5a \cdot 4 =$

б) $(6b^3 - 2b^2 + 1) \cdot (-2b) = 6b^3 \cdot (-2b) - 2b^2 \cdot (-2b) + (-2b) \cdot 1 =$

в) $(-4c^2 + 0,2c) \cdot (-2,5c^4) = (-4c^2) \cdot (-2,5c^4) + 0,2c \cdot (-2,5c^4) =$

2. Представьте в виде многочлена:

а) $(x^3y^2 - 2x^2y + 5xy^2 - y^3) \cdot 2xy^3 =$

.....

б) $-\frac{1}{3}a^3b(18a - 15b^2 + 6) =$

.....

3. Упростите выражение и найдите его значение при заданных значениях переменных:

а) $x(3x^2 + x - 4) - 3x(x^2 - 2x + 1)$ при $x = -2$;

.....

.....

.....

б) $a^2(a - 2b) - a(a^2 + 3b)$ при $a = -1$, $b = 5$.

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

4. Докажите, что значение выражения

$$x^2(2x - 4) - (x^3 + 3x^2 - 5x + 12) - x(x^2 - 7x + 5)$$

не зависит от значения переменной x .

.....

.....

5. Решите уравнение:

а) $2x - 7(4 - x) = 17$;

.....

.....

.....

б) $0,2(y - 5) = 8,7 - 0,3(y - 1);$

в) $0,3(2x + 1) - (0,4 + 0,2x) + 0,9 = 0.$

Ответ: а) б) в)

6. Длина прямоугольника втрое больше его ширины. После увеличения его ширины на 2 м площадь прямоугольника увеличилась на 18 м^2 . Определите первоначальные значения сторон прямоугольника.

Решение. Обозначим через x м первоначальную ширину прямоугольника, тогда его длина равна м, а площадь м^2 . После увеличения ширина прямоугольника стала равна м, а площадь его стала равна м^2 .

Составим уравнение и решим его:

Ответ:

7. Справедливо ли утверждение, что при любом значении переменной y значение выражения

$$15y^2(y^2 - 2y + 4) - 3y(8 - 10y^2 + 7y) + 12(3 + 2y)$$

является положительным числом?

.....

.....

.....

Ответ:

8. Из города A отправился автобус со скоростью 50 км/ч. Через $1\frac{1}{2}$ ч вслед за ним выехал легковой автомобиль со скоростью 60 км/ч. Через какое время после своего отправления и на каком расстоянии от города A легковой автомобиль догонит автобус?

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

9. К 20 кг латуни (сплава меди и цинка) добавили 1 кг цинка, после чего содержание цинка в сплаве увеличилось на 3%. Сколько цинка было в сплаве первоначально?

Решение. Пусть первоначальная масса цинка в сплаве была равна

x кг, тогда его содержание составляло часть массы сплава. После увеличения количества цинка его масса оказалась равной кг. Содержание цинка в сплаве стало составлять часть массы сплава.

Поскольку содержание цинка в сплаве увеличилось на 3%, можно составить уравнение:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

II

10. Найдите корень уравнения:

а) $3x(-4x^2 + 7 + 2x) + 9 = 6x(x - 1 - 2x^2)$;

.....

.....

.....

б) $2y(1 - 6y) + 3y(4y - 3) = -7y - 5(3 - y)$.

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

11. Упростите выражение и найдите его значение при заданных значениях переменных:

а) $4m(m - n) - n(m + 2n) + m(3n - 4m)$ при $m = -0,2$, $n = 0,1$;

.....

.....

.....

.....

б) $a^3(2a^2 + a - 1) - 2a^2(a^3 - 3a + 2) - a^4 - 5a^3 + 5$ при $a = \frac{1}{2}$.

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

12. Решите уравнение:

а) $8y(2y + 5) - 4y(4y + 7) = 3y - 6(2 - y)$;

.....

.....

.....

.....

б) $5x - 2x(3 - 4x) + 82 = 8x(x + 5)$.

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

13. Докажите тождество:

а) $5(3x - 2y) - 2(x + 4y) + 7y = 13x - 11y;$

б) $2x(3x + 6) + 5x(x - 2) - 11(x^2 + 1) = 2x - 11.$

14. Выполните действия:

а) $4y^{n-1} \left(\frac{3}{8}y^{n+1} - \frac{1}{2}y \right) =$

б) $-3a^m b^m \left(-\frac{1}{6}a^{7-m} - \frac{2}{3}b^{9-m} \right) =$

15. Решите уравнение:

а) $2 - \frac{3x-2}{18} - \frac{2x-11}{27} = 0;$

б) $4 - \frac{2-y}{3} = \frac{3y+4}{5} - \frac{y}{4}.$

Ответ: а)

б)

16. Расстояние между населёнными пунктами A и B равно 650 км. От пункта A отправился автобус со скоростью 40 км/ч. Через 30 мин из пункта B навстречу ему вышел другой автобус, скорость которого на 10% больше. Через какое время после отправления первого автобуса они встретятся?

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

17. В 3,8 кг сиропа добавили 200 г сахарного песка, после чего концентрация раствора увеличилась на 4,5%. Сколько сахарного песка было в сиропе первоначально?
Решите задачу, заполнив предварительно таблицу:

	Масса сахарного песка, г	Масса раствора, г	Концентрация раствора
Первоначально	x	3800	
После добавления сахарного песка			

Решение.

.....

.....

.....

.....

Ответ:

ВЫНЕСЕНИЕ ОБЩЕГО МНОЖИТЕЛЯ ЗА СКОБКИ

I

1. Вынесите общий множитель за скобки:

а) $9a - 9b = \dots\dots\dots$

б) $-15a + 10b = \dots\dots\dots$

в) $6x - 12y + 18z = \dots\dots\dots$

г) $70m + 35n - 14p = \dots\dots\dots$

2. Вынесите за скобки числовой множитель двумя различными способами:

$$-5x + 10y - 20z = 5(-x + 2y - 4z);$$

$$-5x + 10y - 20z = -5(x - 2y + 4z)$$

а) $-7a + 14b - 21c = \dots\dots\dots$

$-7a + 14b - 21c = \dots\dots\dots$

б) $9m - 6n - 12p = \dots\dots\dots$

$9m - 6n - 12p = \dots\dots\dots$

3. Представьте двучлен в виде произведения одночлена и двучлена:

а) $3x + 6xy = \dots\dots\dots$

б) $15y - 5y^2 = \dots\dots\dots$

в) $-ab - a^2b^2 = \dots\dots\dots$

г) $m^2n + mn^2 = \dots\dots\dots$

4. Найдите значение выражения:

а) $bx + x^2$ при $b = -7,6$, $x = -2,4$;

б) $cz^2 - z^3$ при $z = 1,5$, $c = 11,5$;

в) $-y^2 - ay$ при $y = 87,68$, $a = 12,32$.

Ответ: а) б) в)

5. Решите уравнение:

а) $4x^2 - x = 0$;

б) $y^2 + 16y = 0$;

в) $z^3 - 8z^2 = 0$.

Ответ: а) б) в)

6. Разложите на множители:

$$a^{10} + a^8 - a^6 = a^6(a^4 + a^2 - 1)$$

а) $b^3 - b^6 + b^9 =$

б) $-c^{10} + c^{15} - c^5 =$

в) $d^7 - d^3 + d^2 =$

7. Вынесите за скобки общий множитель и сделайте проверку:

а) $14x^3 - 21x^2y^2 + 70x^4 =$

б) $8a^3b^4 + 12a^2b^2 - 16a^4b^3 =$

8. Представьте выражение в виде произведения двух двучленов:

$$b^3(a-2c) + c^4(2c-a) = b^3(a-2c) - c^4(a-2c) = (a-2c)(b^3-c^4)$$

а) $a^2(b-d) + c^2(b-d) = \dots\dots\dots$

б) $3y(2x-5) + 4z(5-2x) = \dots\dots\dots$

в) $(a^3-2) - b(2-a^3) = \dots\dots\dots$

9. Докажите, что:

а) $5^7 - 5^6 + 5^5$ делится на 21;

.....

б) $2^{18} + 2^{17} + 2^{16} + 2^{15}$ делится на 15.

.....

II

10. Найдите значение многочлена при заданных значениях переменных:

а) $20a^2b - 40ab^2 - 80a^2b^2$ при $a = -1,5$, $b = 0,4$;

.....

.....

.....

б) $5m^3n^4 - 71m^2n^3 + 6m^4n^3$ при $m = 9$, $n = -\frac{1}{3}$;

.....

.....

.....

в) $18x^4y - 27x^3y^2 - 81x^2y^3$ при $x = -0,2$, $y = 0,1$.

Ответ: а) б) в)

11. Вынесите общий множитель за скобки (n — натуральное число):

a) $a^{3n} - 3a^n =$ _____

6) $x^{2n+1}y + x^{2n-1}y =$

B) $c^{3n+4} - c^{3n+2} + c^{3n+1} =$

12. Докажите, что при любом натуральном $(n > 1)$:

а) значение выражения $6^{n+2} - 6^{n+1} + 6^n$ кратно 31;

б) значение выражения $9^{2n-1} - 9^{2n-2} - 9^{2n-3}$ кратно 71.

13. Известно, что при некоторых значениях a и b разность $a - 2b$ равна 8. Чему равно при тех же значениях a и b значение выражения: а) $15a - 30b + 61$; б) $(2a - 4b)^2 - 300$?

Ответ: а) б)

14. Разложите на множители:

а) $(m - 3n)(2m + 5n) - (3n - m)(m + 4) =$

.....

.....

б) $(4b - y)(3b + 2y) + (b - 6y)(y - 4b) =$

.....

.....

15. Решите уравнение:

а) $2x^2(x - 1) + 4x^3 - 6x(x^2 + 5) = 0;$

.....

.....

.....

.....

б) $7y(y^2 + 2) - 5y^3 - 2y^2(y - 3) = 0.$

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

16. Докажите, что разность четырёхзначных чисел $\overline{abcd}$ и $\overline{dcba}$ кратна 9.

.....

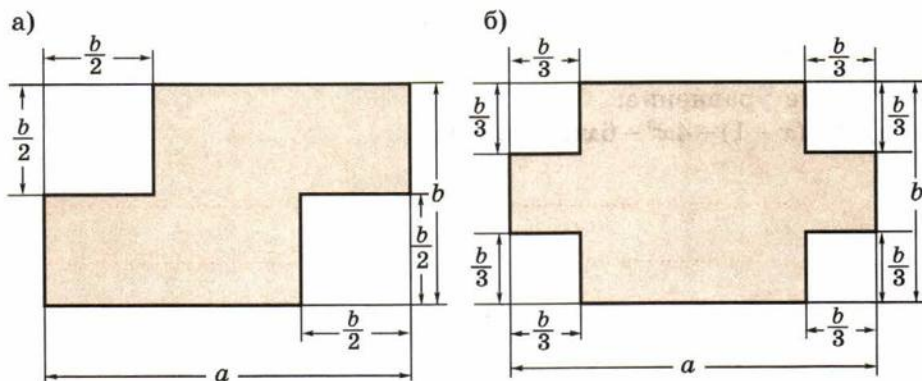
.....

.....

17. Составьте выражение для определения площади S закрашенной фигуры, изображённой на рисунке. Представьте это выражение в виде произведения одночлена и многочлена.

а)

б)



26.

УМНОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА МНОГОЧЛЕН

I

1. Закончите выполнение действия:

а) $(a + b)(x + y) = (a + b)x + (a + b)y =$

б) $(m + n)(a - c) = (m + n)a - (m + n)c =$

в) $(x - y)(a - b) = (x - y)a - (x - y)b =$

$$г) (-a - d)(m - n) = (-a - d)m - (-a - d)n = \dots\dots\dots$$

2. Представьте выражение в виде многочлена и упростите результат:

$$(8d^2 - 5d)(2d + 7) = 8d^2 \cdot 2d - 5d \cdot 2d + 8d^2 \cdot 7 - 5d \cdot 7 = \\ = 16d^3 - \underline{10d^2} + \underline{56d^2} - 35d = 16d^3 + 46d^2 - 35d$$

$$а) (b - 4)(b - 3) = \dots\dots\dots$$

$$б) (12x + 5)(2 - 3x) = \dots\dots\dots$$

$$в) (4c^2 - 3c)(5c - 8) = \dots\dots\dots$$

$$г) (2a - 7a^2)(3a - 1) = \dots\dots\dots$$

3. Не выполняя умножения многочленов, заполните пропуски.

Произведение многочленов $4x^3 - 8x^2y^4 + y^5 + 1$ и $3x^2y - 2xy^3 + 1$ является многочленом степени, содержащим одночленов.

4. Упростите выражение:

$$а) (4c - 3)(2 - 5c) + 20c^2 = \dots\dots\dots$$

$$б) (x - 2y)(x + 2y) - (x + 1)(x - 3) = \dots\dots\dots$$

B) $6x^3 - (x - 3y)(5 + 6x^2) =$

5. Решите уравнение:

a) $(2x + 9)(4x - 1) - 8x^2 = 59;$

$$6) (y-8)(y-2) = (1+y)(4+y) + 57.$$

Ответ: а) б)

6. Найдите значение выражения $(2x-5)(3x+2)-6x^2$ при $x=-2$.

Ответ:

7. Число рядов зрительного зала вдвое меньше числа кресел в каждом ряду. После ремонта и замены кресел в зале стало на 2 ряда больше, а в каждом ряду — на 3 кресла больше, при этом общее число мест в зрительном зале увеличилось на 146. Сколько рядов было в зрительном зале до ремонта?

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

8. Выполните действие, если известно, что $x = a - b$, $y = 2a + b$:

а) $4x - 3y =$

.....

б) $5x - xy =$

.....

9. Представьте выражение в виде многочлена:

$$\begin{aligned} -4y^2(y-2)(3-y) &= -4y^2(\underline{3y} - 6 - y^2 + \underline{2y}) = -4y^2(5y - 6 - y^2) = \\ &= -20y^3 + 24y^2 + 4y^4 \end{aligned}$$

а) $-2x^3(x-4)(1-x) =$

.....

б) $3a^2(a-5)(2-a) =$

.....

II

10. Докажите, что при любом натуральном n значение выражения $(n-3)(n+5) - (n+1)(n-9)$ является чётным числом.

.....

.....

11. Выполните умножение двучленов:

$$(a+3)(a-1)(a-5) = (a+3)(a^2 - \underline{a} - \underline{5a} + 5) = (a+3)(a^2 - 6a + 5) = \\ = a^3 + \underline{3a^2} - \underline{6a^2} - \underline{18a} + \underline{5a} + 15 = a^3 - \underline{3a^2} - 13a + 15$$

а) $(x-1)(x-2)(x-3) =$

.....

.....

б) $(b+2)(b-3)(b+4) =$

.....

.....

12. При каком значении x равны значения выражений $(2x-1)(3x+4)$ и $(3x-2)(2x+1)$?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

13. Найдите три последовательных натуральных числа, если известно, что квадрат наибольшего из них на 25 больше произведения двух остальных чисел.

Решение.

Ответ:

14. Докажите, что значение выражения

$$(b-2)(b^2-3b+6)-(5-b)(2+b-b^2)-b(b+9)$$

не зависит от значения переменной b .

15. Не выполняя умножения многочленов, найдите коэффициент M в произведении

$$(x^2 - Mx + 4x^3) \left(0,2x - \frac{1}{3}x^2 + 20x^3 \right),$$

если известно, что после раскрытия скобок коэффициент при x^4 равен 2,8.

Ответ: $M =$

16. Докажите, что при любом значении a :

а) значение выражения $(a - 5)(a + 12) - (a + 3)(a + 4)$ кратно 24;

б) значение выражения $(3 + a^2)(5 - a) - (7 - a^2)(a - 6) + a(a + 10)$ кратно 19.

17. Подчеркните те из данных выражений, которые тождественно равны произведению $(x + y)(7x - 3y)$:

$(y + x)(7x - 3y)$, $(-x - y)(3y - 7x)$,

$-(x + y)(3y - 7x)$, $(y + x)(3y - 7x)$.

18. Длина прямоугольного участка земли на 10 м больше его ширины. После того как каждую сторону участка увеличили на 3 м, его площадь увеличилась на 159 м^2 . Определите длину забора, который огораживал первоначальный участок.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

РАЗЛОЖЕНИЕ МНОГОЧЛЕНА НА МНОЖИТЕЛИ СПОСОБОМ ГРУППИРОВКИ

I

1. Заключите в скобки два последних члена выражения и вынесите общий множитель за скобки:

$$5c(x - y) - x + y = 5c(x - y) - (x - y) = (x - y)(5c - 1)$$

а) $3x(a + b) + a + b = \dots\dots\dots$

б) $2a(m - n) - m + n = \dots\dots\dots$

в) $4y(c + d) - c - d = \dots\dots\dots$

2. Представьте выражение в виде произведения:

а) $x(a - c) - ay + cy = \dots\dots\dots$

б) $a(x - y) + by - bx = \dots\dots\dots$

в) $c(m + n) - dm - dn = \dots\dots\dots$

3. Разложите многочлен на множители способом группировки и проверьте результат умножением:

а) $ax - ay + 3x - 3y = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

б) $2a + 2b - ax - bx = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

в) $mn - m + n^2 - n = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

4. Припишите к данному выражению такой двучлен, чтобы полученный многочлен можно было разложить на множители способом группировки, и выполните разложение на множители:

а) $cx + dx + ac$

б) $y^2 - ay + ad$

в) $ab - b - ay$

г) $x^2 - ab + bx$

5. Представьте многочлен в виде произведения двучленов, сгруппировав попарно его члены двумя способами:

$$6ax - 10ay + 3bx - 5by = (6ax - 10ay) + (3bx - 5by) = \\ = 2a(3x - 5y) + b(3x - 5y) = (3x - 5y)(2a + b);$$

$$6ax - 10ay + 3bx - 5by = (6ax + 3bx) - (10ay + 5by) = \\ = 3x(2a + b) - 5y(2a + b) = (2a + b)(3x - 5y)$$

а) $5a - 5b + ax - bx =$

$5a - 5b + ax - bx =$

б) $2bd + 8b^2 - 4bc - cd =$

$2bd + 8b^2 - 4bc - cd =$

6. Разложите многочлен на множители и найдите его значение при заданных значениях переменных:

а) $3x + xb^2 - 3b - b^3$ при $x = 4$, $b = -1$;

.....

.....

.....

б) $a^2b + a - ab^2 - b$ при $a = 0,5$, $b = 2$.

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

7. Разложите многочлен на множители:

а) $x^3 + x^2 + x + 1 =$

.....

б) $2 - 5y + 2y^2 - 5y^3 =$

.....

в) $4z - 3 - 3z^2 + 4z^3 =$

.....

8. Вычислите значение выражения, не пользуясь калькулятором:

а) $7 \cdot 239 + 11 \cdot 39 - 6 \cdot 239 - 12 \cdot 39 =$

.....

б) $7 \cdot 630 + 6 \cdot 137 - 6 \cdot 630 + 4 \cdot 137 =$

.....

II

9. Докажите, что если a и b — целые числа, разность которых кратна 11, то значение многочлена $6a^2 - 5a - 6ab + 5b$ также кратно 11.

.....

.....

10. Решите уравнение:

а) $x^2 + 7x = 21 + 3x$;

б) $x^2 + 2x - 14 = 7x$.

.....

.....

.....

.....

Ответ: а)

б)

11. Представьте многочлен в виде произведения:

$5^n + 5^{n+2} - 3^{n+3} + 3^n =$

.....

12. Представьте многочлен в виде произведения трёх множителей:

а) $10x^3 - 2x^2y + 15x^2z - 3xyz =$

.....

.....

б) $24abx^2 - 6ax^2 - 28b^2x + 7bx =$

.....

.....

13. Разложите многочлен на множители:

а) $y^{n+2} - 3y^n + y^2 - 3 =$

б) $bx^{n-1} + 5x^n - ab - 5ax =$

14. Представьте трёхчлен в виде произведения двух двучленов, заменив предварительно его средний член суммой или разностью одночленов:

$$c^2 + 5c - 24 = c^2 + 8c - 3c - 24 = c(c + 8) - 3(c + 8) = (c + 8)(c - 3)$$

а) $a^2 + 9a + 20 = a^2 + 5a + 4a + 20 =$

б) $x^2 - 7x + 10 =$

в) $y^2 + 3y - 4 =$

15. Разложите многочлен на множители:

а) $mn^2 - mp + n^3 - np - cn^2 + cp =$

б) $ax^2 + bx^2 - bx - ax + cx^2 - cx =$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

28.
**ВОЗВЕДЕНИЕ В КВАДРАТ И В КУБ
СУММЫ И РАЗНОСТИ ДВУХ ВЫРАЖЕНИЙ**

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

I

1. Преобразуйте в многочлен выражение:

$$(a+15)^2 = a^2 + 2 \cdot a \cdot 15 + 15^2 = a^2 + 30a + 225$$

а) $(11x+y)^2 = \dots\dots\dots$

б) $(3c-d)^2 = \dots\dots\dots$

в) $(-m-2b)^2 = \dots\dots\dots$

г) $(-2a+5c)^2 = \dots\dots\dots$

2. Вычислите, используя формулу квадрата суммы или квадрата разности:

$$1,02^2 = (1+0,02)^2 = 1 + 2 \cdot 0,02 + 0,02^2 = 1 + 0,04 + 0,0004 = 1,0404$$

а) $2,01^2 = \dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

б) $1,97^2 =$

.....

в) $3,98^2 =$

.....

3. Упростите выражение:

а) $(a + 2b)^2 - 3ab =$

.....

б) $(5x - y)^2 + 10xy =$

.....

в) $(-0,5c + d)^2 + cd =$

.....

г) $(-x - y)^2 - 2xy =$

.....

4. Не вычисляя значения выражения, сравните его с единицей:

а) $\frac{276^2 + 143^2}{(276 + 143)^2} \square 1;$

б) $\frac{(4,17 - 3,94)^2}{4,17^2 + 3,94^2} \square 1.$

5. Выясните, зависит ли от p значение выражения:

а) $(p + 8)^2 - (p + 2)(p + 14) =$

.....

б) $(p - 7)^2 - (6 - p)(8 - p) =$

.....

Ответ: а) б)

6. Возведите двучлен в куб:

$$\begin{aligned}(a + 4y)^3 &= a^3 + 3a^2 \cdot 4y + 3 \cdot a \cdot (4y)^2 + (4y)^3 = \\ &= a^3 + 12a^2y + 48ay^2 + 64y^3\end{aligned}$$

а) $(b - 3x)^3 =$

б) $(5a + b)^3 =$

в) $(2x - 7y)^3 =$

7. Возведите в куб:

а) сумму утроенного числа a и удвоенного числа b :

.....

б) разность числа a и половины числа b :

.....

8. Возводя в куб двучлен $5x - y$, ученик записал результат так:

$$(5x - y)^3 = 125x^3 - 75x^2y + 15xy - y^3,$$

допустив при этом ошибку. Найдите её и исправьте.

.....

Ответ: неверно записан член многочлена,
его надо записать так:

II

9. Впишите пропущенные одночлены так, чтобы полученное равенство было тождеством:

а) $(\dots + 7b)^2 = a^2 + 14ab + \dots$;

б) $(\dots - x)^2 = \dots - 10ax + x^2$;

в) $(\dots + p)^2 = 9a^2 + \dots + \dots$;

г) $(x - \dots)^2 = \dots - \dots + 16y^2$.

10. Решите уравнение:

а) $(x - 12)^2 - x(x + 12) = 36$;

.....

.....

.....

.....

б) $(3x + 5)^2 - 3x(3x - 1) = 8$.

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

11. Докажите, что если из квадрата целого числа, не кратного 3, вычесть 1, то получится число, кратное 3.

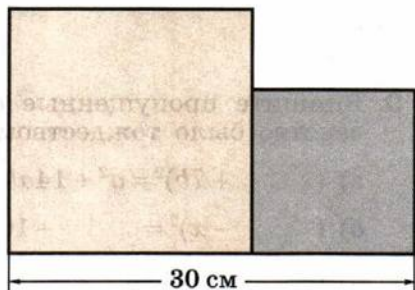
.....

.....

.....

.....

12. На отрезке длиной 30 см построены два квадрата, площадь одного из которых на 180 см^2 больше площади другого. Найдите длины сторон квадратов.



Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

13. Преобразуйте выражение, используя формулу квадрата суммы или квадрата разности:

$$(x^{n+3} + x^{n-3})^2 = (x^{n+3})^2 + 2x^{n+3} \cdot x^{n-3} + (x^{n-3})^2 = x^{2n+6} + 2x^{2n} + x^{2n-6}$$

а) $(a^{2n+1} - a^{2n-1})^2 =$

.....

б) $(y^{m+n} + y^{m-n})^2 =$

.....

14. Упростите выражение:

а) $(3x^n + 2y^n)^2 - 12(xy)^n =$

.....

б) $(0,5a^{2n+1} - b^{2n+1})^2 + (ab)^{2n+1} =$

.....

.....

15. Решите уравнение:

а) $(3x + 1)^3 = 27x^2(x + 1)$;

.....

.....

.....

б) $(5x - 1)^3 = 25x^2(5x - 3)$.

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

16. Упростите выражение:

а) $(a + 5)^3 - (a - 5)^3 =$

.....

.....

.....

б) $(x - y)^3 + 3xy(x - y) =$

.....

.....

.....

17. Решите уравнение:

а) $(4x + 1)^3 = 16x^2(4x + 3) + 2(5x + 4)$;

.....

.....

.....

$$6) (3x - 2)^3 - 8(6x - 1) = 27x^2(x - 2).$$

Ответ: а) б)

29.

РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ С ПОМОЩЬЮ ФОРМУЛ КВАДРАТА СУММЫ И КВАДРАТА РАЗНОСТИ

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

I

1. Представьте трёхчлен в виде квадрата двучлена:

$$121x^2 + 66x + 9 = (11x)^2 + 2 \cdot 11x \cdot 3 + 3^2 = (11x + 3)^2$$

а) $y^2 - 18y + 81 =$

б) $p^2 - 1,2p + 0,36 =$

в) $36m^2 + n^2 + 12mn =$

г) $-12ab + 9a^2 + 4b^2 =$

2. Подчеркните те из трёхчленов, которые можно представить в виде квадрата двучлена:

$$1 - 4a + 4a^2, \quad 25 + 10b + b^2, \quad 16 - a^2 + 8a, \quad \frac{1}{9}x^2 + xy + 9y^2,$$

$$p^2 + 4c^2 - 4pc, \quad \frac{1}{36}m^2 - mn + 9n^2, \quad -2ab + \frac{1}{4}a^2 + 4b^2.$$

3. Найдите значение трёхчлена, представив его в виде квадрата двучлена:

а) $9m^2 - 102m + 289$ при $m = 19$;

б) $144p^2 + 49 - 168p$ при $p = 0,6$.

Ответ: а)

б)

4. Решите уравнение:

а) $x^2 - 12x + 36 = 0$;

б) $4x^2 - 12x + 9 = 0$;

в) $0,16x^2 + 0,8x + 1 = 0$.

Ответ: а)

б)

в)

5. Представьте трёхчлен в виде квадрата двучлена или выражения, противоположного квадрату двучлена:

$$-p^8 + 2p^4 - 1 = -(p^8 - 2p^4 + 1) = -(p^4 - 1)^2$$

а) $n^4 - 4n^2 + 4 =$

б) $-x^2 - 2x - 1 =$

в) $100b^2 + 4 + 40b =$

г) $1 + 144m^2 - 24m =$

6. Закончите запись:

а) если $a - 6b = 18$, то $a^2 - 12ab + 36b^2 =$

б) если $a - 6b = 18$, то $a^2 - 6ab - 6b(a - 6b) =$

в) если $a - 6b = 18$, то $a^2 + 36b^2 - 12ab - 300 =$

II

7. Впишите пропущенные одночлены так, чтобы полученное равенство было тождеством:

а) $(a + \dots)^2 = a^2 + \dots + c^2$; б) $(\dots + 3p)^2 = y^2 + \dots + \dots$;

в) $(x - \dots)^2 = \dots - \dots + 4b^2$; г) $(\dots - \dots)^2 = 9x^2 - \dots + 16y^2$.

8. Докажите, что если разность чисел a и b равна 7, то значение многочлена $a^2 - 5a - 2ab + b^2 + 5b$ равно 14.

9. Представьте:

а) выражение $x^4 - 2x^2y^3 + a^8 + y^6$ в виде суммы квадратов:

б) выражение $a^{12} + b^{16} - 2a^6b^8 - c^{24}$ в виде разности квадратов:

10. Докажите, что если $a + b = 8$, то $a(a + 6) + b(b + 6) + 2ab = 112$.

11. Выделите квадрат двучлена из трёхчлена:

$$a^2 + 8a + 27 = a^2 + 8a + 64 - 64 + 27 = (a + 8)^2 - 37$$

а) $p^2 - 16p + 65 =$

б) $9a^2 + 12ab + 16b^2 =$

в) $225p^2 - 30p + 2 =$

12. Верно ли, что при любом значении переменной:

а) трёхчлен $4p - 4p^2 - 8$ принимает отрицательное значение;

б) трёхчлен $9m^2 + 100 - 60m$ принимает положительное значение?

Ответ: а) б)

13. Известно, что $a + b = p$ и $ab = q$. Выразите через p и q :

а) $a^2 + b^2$:

б) $(a - b)^2$:

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

I

1. Представьте произведение в виде многочлена, используя соответствующую формулу сокращённого умножения:

$$(6y - 5)(6y + 5) = (6y)^2 - 5^2 = 36y^2 - 25$$

а) $(8p - 3m^2)(8p + 3m^2) = \dots\dots\dots$

б) $(12 + x^3)(12 - x^3) = \dots\dots\dots$

в) $(y^8 + 5x^4)(5x^4 - y^8) = \dots\dots\dots$

г) $(7a^5 + 2a^2)(2a^2 - 7a^5) = \dots\dots\dots$

2. Выполните умножение:

а) $5x(x - 4)(x + 4) = \dots\dots\dots$

б) $-4y(y - 2)(2 + y) = \dots\dots\dots$

в) $y^2(y^3 - 5)(y^3 + 5) = \dots\dots\dots$

г) $-p^3(4 - p^2)(p^2 + 4) = \dots\dots\dots$

3. Длина прямоугольника на 7 см больше стороны квадрата, а ширина — на 7 см меньше стороны квадрата. Требуется сравнить площадь прямоугольника с площадью квадрата. Выберите верное утверждение:

1. Площади квадрата и прямоугольника равны
2. Площадь прямоугольника на 49 см² меньше площади квадрата
3. Площадь прямоугольника на 49 см² больше площади квадрата
4. Сравнить площади квадрата и прямоугольника нельзя, так как неизвестна длина стороны квадрата

4. Найдите наибольшее или наименьшее значение выражения, если оно существует:

а) $(17 - 11x)(17 + 11x) = \dots\dots\dots$,

$\dots\dots\dots$ значение равно $\dots\dots\dots$,

$\dots\dots\dots$ значения не существует;

б) $\left(\frac{1}{7}m - 16\right)\left(16 + \frac{1}{7}m\right) = \dots\dots\dots$,

$\dots\dots\dots$ значение равно $\dots\dots\dots$,

$\dots\dots\dots$ значения не существует.

5. Найдите значение произведения:

$$29 \cdot 31 = (30 - 1)(30 + 1) = 900 - 1 = 899$$

а) $68 \cdot 72 = \dots\dots\dots$

б) $7,1 \cdot 6,9 = \dots\dots\dots$

в) $4,8 \cdot 5,2 = \dots\dots\dots$

г) $10\frac{1}{4} \cdot 9\frac{3}{4} = \dots\dots\dots$

6. Упростите выражение:

а) $(a + 4)(4 - a) + a(a - 8) = \dots\dots\dots$

б) $b(b + 8) - (b - 3)(3 + b) = \dots\dots\dots$

в) $(6m + n)(n - 6m) + 3m(m - n) = \dots\dots\dots$

г) $-5p(5p - n) + (5p - n)(n + 5p) = \dots\dots\dots$

II

7. Впишите пропущенные одночлены так, чтобы полученное равенство было тождеством:

а) $(15 - \dots)(15 + \dots) = \dots - 49x^2$;

б) $(6m + \dots)(6m - \dots) = \dots - 81c^2$;

в) $(\dots - 11b^7)(\dots + 11b^7) = 25a^8 - \dots$;

г) $(13p^2 - \dots)(\dots + 13p^2) = \dots - 121m^4$.

8. Преобразуйте в многочлен выражение:

а) $(a - 3)(a + 3)(9 + a^2) = \dots$

б) $(b^2 + 4)(b - 2)(2 + b) = \dots$

в) $(c - 1)^2(c + 1)^2 = \dots$

г) $(3 - a)^2(3 + a)^2 = \dots$

9. Выполните умножение:

$$(a^{3n} - b^{3n})(a^{3n} + b^{3n}) = (a^{3n})^2 - (b^{3n})^2 = a^{6n} - b^{6n}$$

а) $(2^k + 3^p)(3^p - 2^k) = \dots$

б) $(6x^{k-2} - y^{k+2})(y^{k+2} + 6x^{k-2}) = \dots$

в) $(10p^{m-1} + 9q^n)(9q^n - 10p^{m-1}) = \dots$

10. Решите уравнение:

а) $(3x - 2)(2 + 3x) - 9x(x - 1) = 5$;

б) $(y + 6)(6 - y) + y(y + 9) = 54$.

Ответ: а) б)

11. Докажите, что при любом значении b :

а) значение выражения $\frac{1}{9}b^2 + \left(\frac{1}{3}b + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}b\right) + 2,75$ равно 3;

б) значение выражения $\left(3,2 - \frac{1}{4}b\right)(0,25b + 3,2) + \frac{1}{16}b^2$ равно 10,24.

12. Представьте в виде многочлена выражение:

$$(a + b - 2)(a + b + 2) = (a + b)^2 - 2^2 = a^2 + 2ab + b^2 - 4$$

а) $(x - y - 7)(x + 7 - y) =$

$$б) (m - 3n - 2)(m + 3n + 2) = \dots\dots\dots$$

$$в) (a - 4b + 6)(a + 6 + 4b) = \dots\dots\dots$$

13. Упростите выражение:

$$а) (x^n + y^n)(x^{2n} + y^{2n})(x^n - y^n) = \dots\dots\dots$$

$$б) (a^{n+1} - b^{n+1})(a^{2n+2} + b^{2n+2})(a^{n+1} + b^{n+1}) = \dots\dots\dots$$

14. Преобразуйте выражения в многочлен:

$$а) (a - b)(a + b)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)(a^8 + b^8) = \\ = (a^2 - b^2)(a^2 + b^2)(a^4 + b^4)(a^8 + b^8) = \dots\dots\dots$$

$$б) (x - 1)(x + 1)(x^2 + 1)(x^4 + 1)(x^8 + 1)(x^{16} + 1) - x^{32} = \dots\dots\dots$$

РАЗЛОЖЕНИЕ РАЗНОСТИ КВАДРАТОВ НА МНОЖИТЕЛИ

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

I

1. Разложите на множители:

а) $a^2 - 16b^2 =$

б) $25 - 9c^2 =$

в) $36p^2 - 121m^2 =$

г) $-9a^2 + 4b^2 =$

д) $-0,09x^2y^2 + 1 =$

2. Вычислите значение выражения:

а) $4,01^2 - 3,01^2 =$

б) $7,16^2 - 2,84^2 =$

в) $5,71^2 - 4,29^2 =$

г) $23,06^2 - 16,94^2 =$

3. Найдите значение дроби:

а) $\frac{36}{13^2 - 5^2} =$

б) $\frac{46^2 - 26^2}{360} =$

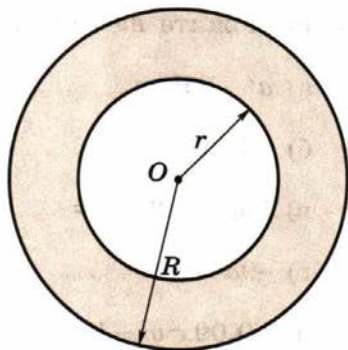
в) $\frac{0,26^2 - 0,04^2}{0,07^2 - 0,04^2} =$

4. Разложите на множители:

а) $16a^4 - b^4 = (4a^2 - b^2)(4a^2 + b^2) =$

б) $\frac{1}{81}x^4 - 0,01y^4 =$

5. Зная, что площадь круга вычисляется по формуле $S = \pi R^2$, где R — радиус круга, $\pi \approx 3,14$, найдите площадь кольца, ограниченного окружностями радиусов R и r , если известно, что $R = 22,5$ см, $r = 12,5$ см.



Решение.

Ответ:

6. Докажите, что при любом натуральном n :

а) значение выражения $(n + 13)^2 - (n - 12)^2$ кратно 25;

б) значение выражения $(4n + 1)^2 - (4n - 3)^2$ кратно 8.

7. Разложите на множители:

$$c^4 - 0,81d^2 = (c^2)^2 - (0,9d)^2 = (c^2 - 0,9d)(c^2 + 0,9d)$$

а) $x^4 - 4 =$

б) $a^6 - 121 =$

в) $p^8 - 225m^2 =$

8. Разложите на множители:

а) $81a^4 - 1 =$

б) $0,0001x^4 - y^4 =$

II

9. Решите уравнение:

а) $(x + 12)^2 - x^2 = 336;$

.....
.....
.....

б) $(16 + 2x)^2 - (5 + 2x)^2 = 121.$

.....
.....
.....

Ответ: а) б)

10. Докажите, что при любом целом n :

а) значение выражения $(8n + 4)^2 - (2n + 1)^2$ делится на 15;

.....
.....
.....

б) значение выражения $(10n + 5)^2 - (2n + 1)^2$ делится на 24;

в) значение выражения $(10n + 5)^2 - (6n + 3)^2$ делится на 16.

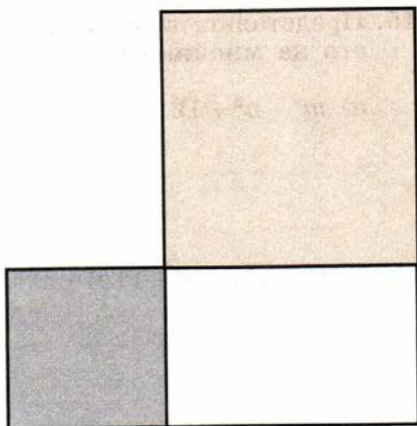
11. Докажите, что если каждое из чисел a и b не делится на 3, то разность их квадратов делится на 3.

12. Докажите, что разность квадратов двух двузначных чисел, отличающихся лишь порядком цифр, делится на 99.

13. На сторонах прямоугольника построены квадраты, площадь одного из которых на 39 см^2 больше площади другого. Найдите стороны прямоугольника, если известно, что его периметр равен 26 см .

Решение.

.....



.....

Ответ:

14. Представьте в виде произведения:

а) $16(3a + 1)^2 - 9a^2 =$

.....

б) $64x^2 - 9(2x - 3)^2 =$

.....

в) $4(2p - 3)^2 - 25p^2 =$

.....

г) $49m^2 - 9(2m - 5)^2 =$

.....

15. Представьте выражение в виде разности квадратов и разложите его на множители:

а) $m^2 - n^2 + 12(n - 3) =$

б) $a^2 - 11b(2n + 11b) - n^2 =$

16. Преобразуйте выражение в произведение:

а) $x^{4m} - y^{2n} =$

б) $a^{4n+2} - b^{2n+4} =$

в) $81a^{6n-12} - 49b^{4n-8} =$

г) $0,16y^{4n-6} - 0,25y^{2n-4} =$

32.

РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ СУММЫ И РАЗНОСТИ КУБОВ

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

I

1. Преобразуйте в многочлен выражение:

а) $(x + 4y)(x^2 - 4xy + 16y^2) =$

б) $(a - 3b)(a^2 + 3ab + 9b^2) =$

$$в) (2a - 7)(4a^2 + 14a + 49) = \dots\dots\dots$$

$$г) (-1 + 6m)(1 + 6m + 36m^2) = \dots\dots\dots$$

2. Представьте в виде многочлена:

$$\left(\frac{1}{5}x^2 + \frac{1}{3}y\right)\left(\frac{1}{25}x^4 - \frac{1}{15}x^2y + \frac{1}{9}y^2\right) = \left(\frac{1}{5}x^2\right)^3 + \left(\frac{1}{3}y\right)^3 = \frac{1}{125}x^6 + \frac{1}{27}y^3$$

$$а) \left(\frac{1}{7}m^6 - \frac{7}{9}n\right)\left(\frac{1}{49}m^{12} + \frac{1}{9}m^6n + \frac{49}{81}n^2\right) = \dots\dots\dots$$

$$б) (0,4a^6 + 0,5b^8)(0,16a^{12} + 0,25b^{16} - 0,2a^6b^8) = \dots\dots\dots$$

3. Представьте выражение в виде суммы или разности кубов и разложите его на множители:

$$а) x^3 - 8 = \dots\dots\dots$$

$$б) 8a^3 + 1 = \dots\dots\dots$$

$$в) 0,001x^3 - y^3 = \dots\dots\dots$$

4. Разложите на множители:

$$а) 8m^3 - n^3 = \dots\dots\dots$$

$$б) a^3 + 27b^3 = \dots\dots\dots$$

$$в) \frac{1}{8}m^3 + \frac{1}{27}n^3 = \dots\dots\dots$$

5. Найдите значение дроби:

$$а) \frac{9^3 - 7^3}{0,4} = \dots\dots\dots$$

$$б) \frac{15^3 + 12^3}{162} = \dots\dots\dots$$

6. Выполните разложение на множители:

$$\frac{4}{27}x^3 + 0,004 = 4 \left(\frac{1}{27}x^3 + 0,001 \right) = 4 \left(\frac{1}{3}x + 0,1 \right) \left(\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{30}x + 0,01 \right)$$

а) $\frac{3}{8}x^3 - 24y^3 =$

б) $-\frac{7}{64}a^3 + 189 =$

7. Докажите, что значение выражения:

а) $143^3 + 107^3$ делится на 250; б) $767^3 - 167^3$ делится на 300.

а)

б)

8. Выполните разложение двучлена $x^6 - 64$ на множители разными способами.

$x^6 - 64 = (x^3)^2 - 8^2 =$

$x^6 - 64 = (x^2)^3 - 4^3 =$

II

9. Упростите выражение:

а) $\left(\frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{7}y^2 \right) \left(\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{14}x^2y^2 + \frac{1}{49}y^4 \right) - \frac{1}{343}y^6 =$

б) $\left(\frac{1}{12}a - \frac{2}{3}b \right) \left(\frac{1}{18}ab + \frac{4}{9}b^2 + \frac{1}{144}a^2 \right) + \frac{8}{27}b^3 =$

10. Укажите все натуральные числа, являющиеся делителями суммы:

а) $5^3 + 3^3 =$

искомые числа:

б) $8^3 + 6^3 =$

искомые числа:

в) $7^3 + 5^3 =$

искомые числа:

11. Докажите, что:

а) значение выражения $27^3 + 23^3$ делится на 5 и не делится на 9;

.....
.....
.....

б) значение выражения $33^3 - 16^3$ делится на 17 и не делится на 11.

.....
.....
.....

12. Разложите на множители, используя формулы суммы или разности кубов:

а) $x^{3n} - y^{3n} =$

б) $a^{6k} + b^{6k} =$

в) $c^{3n+3} + d^{3n+3} =$

г) $x^{3k+6} + y^{3k+6} =$

13. Разложите на множители:

а) $a^3 + a^2 - 4ab - 8b^3 + 4b^2 =$

.....

.....

б) $x^3 + 2x^2 - 64y^3 + 32y^2 + 8xy =$

.....

.....

14. Докажите, что:

а) значение выражения $6^3 \cdot 2^6 - 1$ кратно 23;

.....

б) значение выражения $5^3 \cdot 6^3 - 3^6$ кратно 21.

.....

33.

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЦЕЛОГО ВЫРАЖЕНИЯ В МНОГОЧЛЕН

I

1. Упростите выражение:

а) $(a - 2y)^2 + 4y(a - y) = a^2 - 4ay + 4y^2 + 4ay - 4y^2 =$

б) $(2m - 3)(2m + 3) - (2m - 1)^2 =$

.....

2. Докажите, что при любом целом m значение выражения

$(m + 1)(m + 3) - (1 - 7m)(1 + 7m) - (2 - m)$ кратно 5.

.....

.....

.....

3. Верно ли, что при любом целом m значение выражения $(3m - 8)(7 + 3m) - (3m - 5)(3m + 4)$ кратно 12?

.....

.....

.....

Ответ:

4. Решите уравнение $(2 + 15x)(15x - 2) - 75x(3x - 8) = 16$ и выполните проверку.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

5. Преобразуйте в многочлен выражение $(2a - 3b + 4c)^2$.

.....

.....

.....

6. Преобразуйте в многочлен сумму многочлена $x^4 - x^2 + 1$ и произведения многочленов $1 - x^2$ и $x^2 + 1$.

.....

.....

.....

7. Найдите значение выражения $(c+3)(c^2-3c+1)-c(c^2+9)$ при $c=-11$.

.....
.....
.....
.....

Ответ:



8. Докажите, что при любом целом m значение выражения $(m^2+1)(m-1)-(m-1)^3$ является чётным числом.

-
.....
.....
9. Докажите тождество:

$$\begin{aligned} & (16x^4 - 4x^2y^2 + y^4)(4x^2 - y^2) = \\ & = (2x - y)(2x + y)(4x^2 + y^2 - 2xy)(4x^2 + y^2 + 2xy). \end{aligned}$$

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

10. Докажите, что значение выражения

$$(8b + 13)(4b^2 + 1) - (8b - 3)(2b + 2)^2$$

не зависит от b .

.....

.....

.....

.....

.....

11. Решите уравнение:

а) $7(p^2 + 10p + 23) - 4(p + 8)(p - 8) = 3(p + 5)^2 + 22$;

.....

.....

.....

б) $3(m + 1)(m - 1) - 4(2 + 1,5m)(1,5m - 2) + 6m(m - 1) = 31$.

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

12. Зависит ли значение выражения

$$(5a - 2b)^2 - 0,5a(50a - 40b) + (3a - 2b)(2b + 3a):$$

а) от значений переменной a ; б) от значений переменной b ?

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

13. Докажите, что если к произведению четырёх последовательных натуральных чисел прибавить 1, то получится квадрат натурального числа.

Указание. В произведении четырёх последовательных натуральных чисел перемножьте попарно два крайних множителя и два средних.

.....

.....

.....

.....

14. Выясните, при каком значении p трёхчлен $p^2 + 6p + 1$ принимает наименьшее значение и чему равно это значение.

.....

.....

Ответ: наименьшее значение равно, трёхчлен принимает наименьшее значение при $p =$

15. Прямоугольную площадку, примыкающую к зданию, требуется оградить забором длиной 80 м. Какими должны быть размеры площадки, чтобы её площадь была наибольшей?

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

I

1. Выполните разложение многочлена на множители:

а) $a^4 + ab^3 - 5a - 5b = (a^4 + ab^3) - (5a + 5b) = a(a^3 + b^3) - 5(a + b) =$

$= a(a + b)(a^2 - ab + b^2) - 5(a + b) =$

б) $3a^2 + 5a - 3b^2 - 5b = (3a^2 - 3b^2) + (5a - 5b) =$

в) $6b^2 - 6a^2 - 7b + 7a = (6b^2 - 6a^2) - (7b - 7a) =$

г) $x^4 + x^3y - 3x - 3y = (x^4 + x^3y) - (3x + 3y) =$

2. Известно, что $a + b = 12$ при некоторых значениях переменных a и b . Чему равно при тех же значениях a и b значение многочлена:

а) $-11a - 11b =$

б) $3a^2 + 6ab + 3b^2 =$

в) $-10a^2 - 10b^2 - 20ab =$

Ответ: а) б) в)

3. Разложите многочлен на множители:

а) $a^3 - 7a^2 - 3a + 21 =$

б) $3x^4 - 8x^3 + 12x - 32 =$

в) $a^5 - 6a^4 + a^3 - 6a^2 =$

г) $11x^7 - 11x^6 + 6x^5 - 6x^4 =$

4. Представьте в виде произведения:

а) $8a^3 - 0,001 =$

б) $16a^4 - 1 =$

в) $a^6 - 64 =$

г) $a^8 - 81 =$

5. Разложите на множители многочлен $a^{12} - b^{12}$, представив его сначала в виде разности квадратов, а затем в виде разности кубов:

$a^{12} - b^{12} = (a^6)^2 - (b^6)^2 =$

$a^{12} - b^{12} = (a^4)^3 - (b^4)^3 =$

6. Решите уравнение:

а) $49x^3 - x = 0$;

б) $81x^4 - 16 = 0$;

в) $1,2x^5 + 0,6x^4 = 0$;

г) $0,25x^4 - x^2 = 0$.

Ответ: а)

б)

в)

г)

7. Закончите преобразование многочлена и найдите с помощью калькулятора его значение при $x = 2,3$:

$7x^3 + 3x^2 - 6x + 5 = (7x^2 + 3x - 6)x + 5 =$

Ответ:

II

8. Разложите многочлен на множители:

а) $4a^2 - 4b^2 - a - b =$

$$\text{б) } 9x^2 - 9y^2 - 3x + 3y = \dots\dots\dots$$

$$\text{в) } 16p^2 - y^2 + 8y - 16 = \dots\dots\dots$$

$$\text{г) } 0,25a^2 - a - b^2 + 1 = \dots\dots\dots$$

9. Решите уравнение:

$$\text{а) } x^3 + 7x^2 - 9x - 63 = 0;$$

$$\text{б) } p^3 - 3p^2 = 4p - 12;$$

$$\text{в) } y^3 - 24y^2 = 216 - 9y;$$

$$\text{г) } 16x^3 + 12x^2 = 4x + 3.$$

Ответ: а)

б)

в)

г)

10. Преобразуйте многочлен в произведение:

а) $4x^3 - y^3 + 4x^2y - xy^2 =$

.....
.....
.....

б) $x^3 + 9xy - 9y^2 + y^3 - 9x^2 =$

.....
.....
.....

11. Разложите на множители многочлен:

а) $xyz - 4x^2z + 4x^2y - 16x^3 =$

.....
.....
.....

б) $3x^2 - 12y^2 - 8y + 4x =$

.....
.....
.....

12. Укажите все натуральные делители числа p , если $p = 2^3 + 2^4 + 2^5$.

.....
.....

Ответ:

13. Разложите на множители многочлен:

а) $64x^4 + 1 = 64x^4 + 1 + 16x^2 - 16x^2 =$

.....

.....

б) $4x^4 + 1 =$

.....

.....

14. Существуют ли такие значения переменной, при которых многочлен:

а) $4x^2 - 4xy + 2y^2 - 2y + 1;$

б) $1 - 8ab + 4a^2b^2 + 4a^2 + b^2$

принимает отрицательные значения? Ответ поясните.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а)

.....

б)

.....

35.

ЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ
С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

I

1. Подчеркните те из уравнений с двумя переменными, которые являются линейными:

$$2x + 5y = -10, \quad 4xy - 9x = 0, \quad 3x^2 - 2y = 4, \quad \frac{x}{3} + \frac{2y}{5} = 11.$$

2. В таблице приведены пары значений x и y :

x	-4	-3	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	-11	-8	-7	-4	-3	-2	-1	0	5

Выделите штриховкой те из них, которые являются решением уравнения $2x - y = 3$.

3. Подчеркните те уравнения, которые имеют решение $x = 2, y = 1$:

$$5x - 3y = 7, \quad x + 3y = 8, \quad -3x + 2y = 0, \quad 4x + y = 9.$$

4. Составьте какое-либо уравнение с двумя переменными, решением которого является пара чисел:

а) $x = 3, y = -1$:

б) $x = 2, y = 8$:

5. Из данного уравнения выразите переменную y через x :

$$2x - 3y = 6; -3y = 6 - 2x; 3y = 2x - 6; y = \frac{2}{3}x - 2$$

а) $4x + y = 12$:

б) $3x + 2y = 4$:

в) $5x - 3y = 15$:

6. Найдите значение коэффициента c в уравнении $cu - 4v = 5$, если известно, что пара чисел $u = -1$, $v = 2$ служит решением этого уравнения.

.....

.....

Ответ:

7. Среди решений уравнения $5x - 2y = 14$ найдите такую пару, которая состоит из противоположных чисел.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

8. Найдите все способы, которыми можно составить сумму в 45 р. из десятирублёвых и пятирублёвых монет.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

II

9. Найдите значение b , при котором пара $(b - 1; 3b + 1)$ является решением уравнения:

а) $3x - 2y = 4$;

б) $8x + 3y = 12$.

.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ответ: а) б)

10. Докажите, что если в уравнении $ax + by = 38$ коэффициенты a и b являются целыми числами, то пара чисел $(6; 15)$ не может быть решением этого уравнения.

.....
.....
.....

11. В результате перестановки цифр в двузначном числе оно уменьшилось на 45. Найдите все такие числа.

Решение.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Ответ:

12. От школы на спартакиаду была отправлена группа учащихся из 22 человек. В её состав входили команды мальчиков по 4 человека и команды девочек по 3 человека. Определите число команд мальчиков и число команд девочек.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

13. Если к утроенному двузначному числу прибавить удвоенную сумму его цифр, получится 79. Найдите это число.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

14. Решением уравнения $3x - 4y = -17$ служит пара последовательных нечётных чисел. Найдите эти числа. Рассмотрите два случая:

1) $x < y$; 2) $x > y$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: 1) 2)

15. На складе имеются изделия двух видов: массой 7 кг и 6 кг. Сколько надо взять изделий каждого вида, чтобы общая масса груза составляла 60 кг?

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

36.

ГРАФИК ЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

I

1. На координатной плоскости (рис. 1) постройте график уравнения $2x - 5y = 10$, определив координаты двух его точек.

x	0	
y		0

2. На координатной плоскости (рис. 2) постройте графики уравнений $x = 2,5$ и $x + 4 = 0$.

3. Из точек

$A(1; 4)$, $B(-2; 9)$, $C(4; 0)$, $D(5; -5)$, $E(1,2; 26)$

выберите те, которые принадлежат графику уравнения $2x + y = 5$.

.....

.....

.....

Ответ:

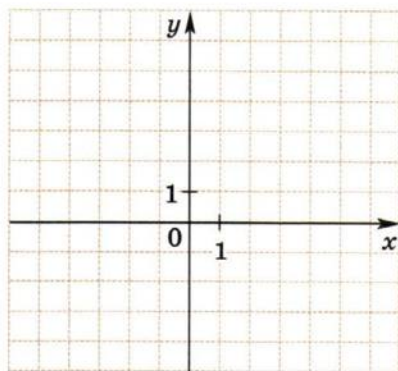


Рис. 1

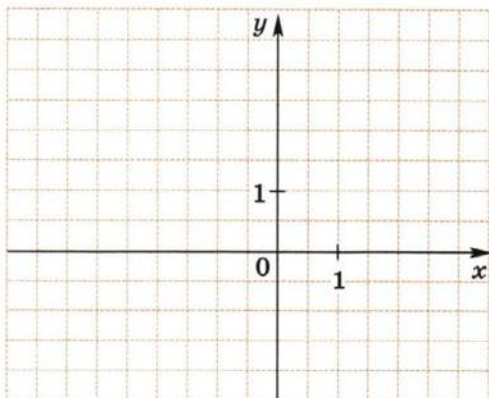


Рис. 2

4. На прямой, являющейся графиком уравнения $32x - 7y = 90$, взята точка, абсцисса которой равна 5. Найдите ординату этой точки.

Ответ:

5. Ордината точки, принадлежащей графику уравнения $15x + 2y = 110$, равна -5 . Найдите абсциссу этой точки.

Ответ:

6. На координатной плоскости постройте графики уравнений:

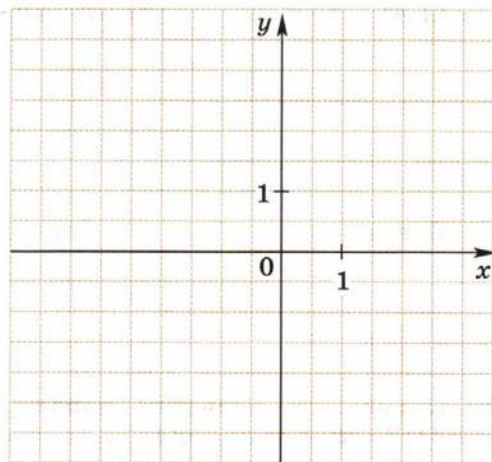
а) $1,5x - 2y = 3$;

x	0	2
y		

б) $0,5y = 1$;

в) $2,5x + y = 3$.

x	0	2
y		



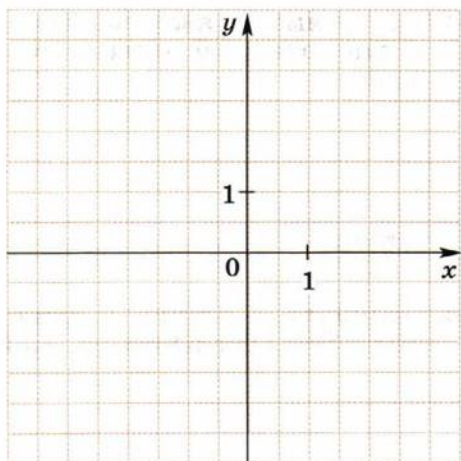
7. Не выполняя построения, определите точки пересечения графика уравнения $5x - 4y + 10 = 0$ с осями координат.

Ответ:

8. На координатной плоскости постройте графики уравнений $y - x + 2 = 0$ и $2x + y - 1 = 0$ и найдите координаты точки их пересечения.

x	0	2
y		

x	0	2
y		



Ответ:

9. Принадлежит ли точка $A(-0,2; 0,2)$ графику уравнения:

а) $4x + 5y = -2$; б) $3x - 4y + 1,4 = 0$; в) $2x + y + 0,2 = 0$?

.....

.....

.....

Ответ: а) б) в)

II

10. Определите значение параметра a , если известно, что точка $M(2 - a; 3a)$ принадлежит графику уравнения:

а) $3x - 4y = 51$; б) $5,3y - 1,8x = -39$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) $a =$ б) $a =$

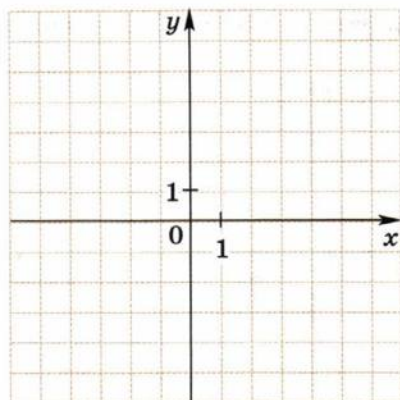


Рис. 3

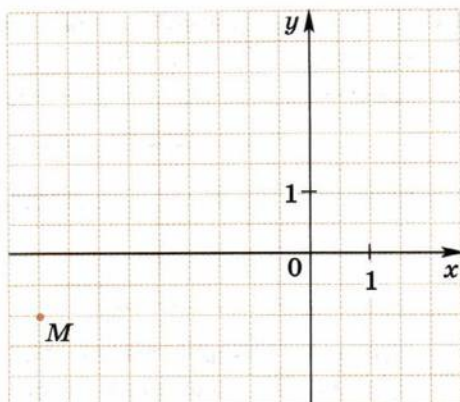


Рис. 4

11. На координатной плоскости (рис. 3) постройте график уравнения $y = 2|x|$.

Если $x \geq 0$, то $y =$; если $x < 0$, то $y =$

12. При каком значении m графики уравнений $7x - 3y = -21$ и $2x - 5y = m$ пересекаются в точке, принадлежащей оси x ?

.....

.....

.....

Ответ:

13. На координатной плоскости (рис. 4) постройте прямую, являющуюся графиком уравнения $3y - 2x = b$, если известно, что она проходит через точку $M(-4, 5; -1)$.

.....

.....

.....

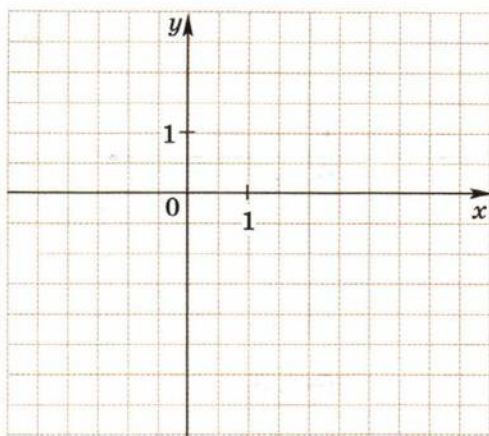
.....

.....

14. На координатной плоскости постройте графики уравнений $2x + 3y = 3$ и $x - y = 4$.

x		
y		

x		
y		



Проведите через точку пересечения графиков прямую, параллельную оси x . Графиком какой функции является эта прямая?

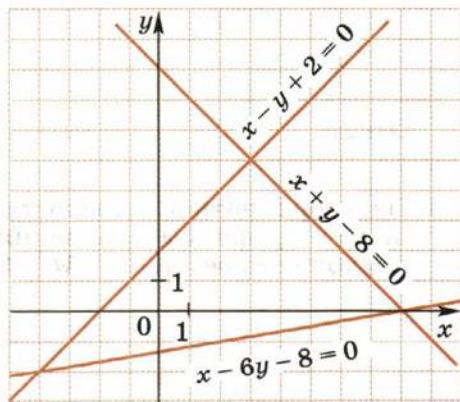
Ответ:

37.

СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

I

1. На рисунке изображены графики трёх линейных уравнений с двумя переменными. Составьте из этих уравнений все возможные системы и укажите пары чисел, являющиеся их решениями.



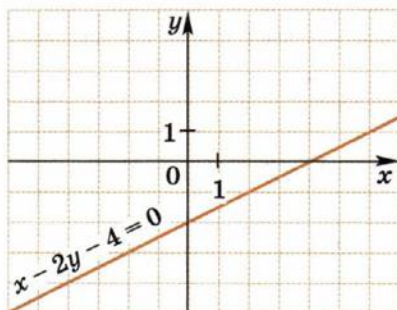
Ответ:

2. Составьте какую-либо систему линейных уравнений с переменными x и y , решением которой служит пара чисел $x=2$, $y=-1$.

.....

.....

3. На рисунке изображён график уравнения $x - 2y - 4 = 0$. Постройте на этом чертеже какую-либо прямую, параллельную оси y , и запишите её уравнение. Составьте систему из двух этих уравнений и укажите пару чисел, являющуюся её решением.



.....

.....

Ответ:

4. Из уравнения с двумя переменными выразите y через x и определите значение углового коэффициента k прямой, являющейся графиком этого уравнения: а) $5x - 2y = 8$; б) $-3x + 4y = 7$.

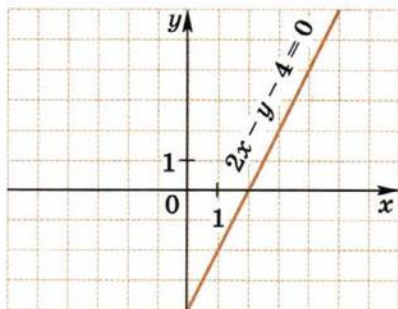
.....

.....

Ответ: а) $k =$

б) $k =$

5. На рисунке изображён график уравнения $2x - y - 4 = 0$. Постройте на этом чертеже прямую, делящую пополам I и III координатные углы, и запишите её уравнение. Составьте из этих двух уравнений систему и укажите пару чисел, являющуюся её решением.



.....

.....

Ответ:

6. Решите графически систему уравнений:

а) $\begin{cases} x - y = 4, \\ x + 2y = 7; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 2x - y = 5, \\ -x + 2y = 2. \end{cases}$

а)

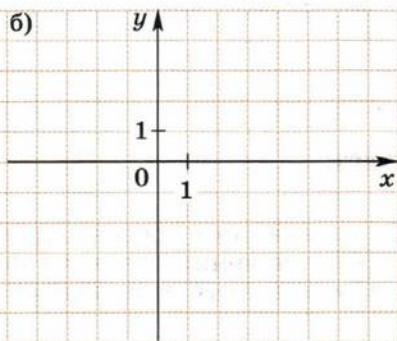
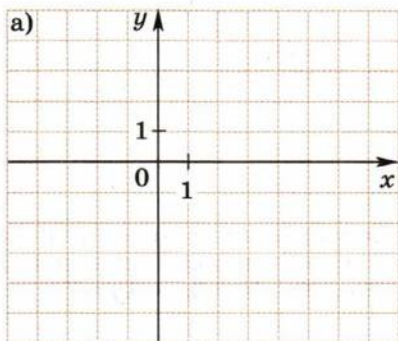
x		
y		

x		
y		

б)

x		
y		

x		
y		



Ответ: а) б)

7. Выясните, имеет ли система уравнений решения и сколько:

а) $\begin{cases} 2y - 6x = 5, \\ -y + 3x = 8; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 5x - y = 3, \\ -x + y = 1. \end{cases}$

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

II

8. При каком значении параметра b прямые $3x - 2y = 8$ и $x - y = b$ пересекаются в точке, принадлежащей оси y ?

.....

.....

.....

Ответ: $b =$

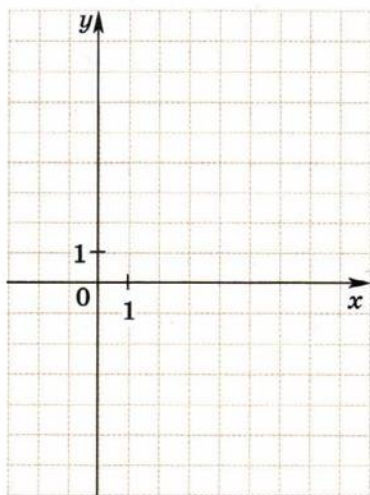
9. Решите графически систему уравнений

$$\begin{cases} x - y = 2, \\ x + y = 4, \\ 2x - y = 5. \end{cases}$$

x		
y		

x		
y		

x		
y		



10. При каком значении a система уравнений

$$\begin{cases} 4x - 5y = 10, \\ 10x - 12,5y = a \end{cases}$$

имеет бесконечно много решений? Укажите какие-либо три её решения.

.....

.....

.....

Ответ: $a =$ решения системы:

11. Дана система уравнений

$$\begin{cases} x + y = 8, \\ mx + 3y = n. \end{cases}$$

Укажите такие значения m и n , при которых система:

- а) имеет одно решение;
- б) имеет бесконечно много решений;
- в) не имеет решений.

Ответ: а) б) в)

12. Приведите пример какого-либо линейного уравнения с двумя переменными, которое вместе с уравнением $7x + 12y = 2$ составило бы систему:

- а) имеющую одно решение:
- б) имеющую бесконечно много решений:
- в) не имеющую решений:

13. Докажите, что система уравнений $\begin{cases} 2x + y = 5, \\ 2y = 6 - 4x \end{cases}$ не имеет решений:

- а) используя алгебраические преобразования;

.....

.....

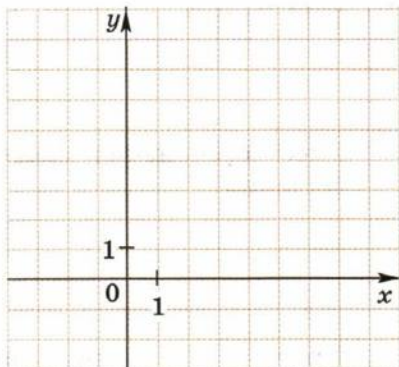
.....

.....

- б) с помощью графиков.

x		
y		

x		
y		



I

1. Из линейного уравнения с двумя переменными выразите y через x :

а) $y - x = 5$: б) $2x - y = 6$:

в) $4x - 3y = 17$:

2. Из линейного уравнения с двумя переменными выразите x через y :

а) $x + 3y = 8$:

б) $5y - x = 7$:

в) $3x + 2y = 5$:

3. Решите систему уравнений:

$$\begin{cases} x = -2, & 2 \cdot (-2) + 5y = 11, & 5y = 11 + 4 = 15, \\ 2x + 5y = 11; & -4 + 5y = 11; & y = 3. \end{cases}$$

Ответ: $x = -2$, $y = 3$.

а) $\begin{cases} 2x - 3y = 16, \\ x = 5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y = 2, \\ 3x + 4y = 11. \end{cases}$

Ответ: а) б)

8. Не выполняя построения, определите координаты точки C пересечения графиков уравнений $y = 2,5x - 4$ и $y = -3x + 7$.

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: $C(.....;$).

II

9. Решите систему уравнений:

а)
$$\begin{cases} 2(x - 2y) - 50 = 15x - 3(y + 10), \\ 4x + 3(y - 12) = 5(2x + y) - 36; \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

$$6) \begin{cases} 3(4x - 2y + 1) - 2(5x - y + 4) = 23, \\ 2(x + 6y - 9) + 5(2x - 4y + 7) = 105. \end{cases}$$

Ответ: а) б)

10. Не выполняя построения, определите координаты точки D пересечения графиков уравнений $7x - 2y = 25$ и $11x + 5y = 23$.

Ответ: $D(\text{.....}; \text{.....})$.

11. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x - 3y = 6, \\ 3x - y = -5 \end{cases}$$

методом подстановки и дайте графическую иллюстрацию.

.....

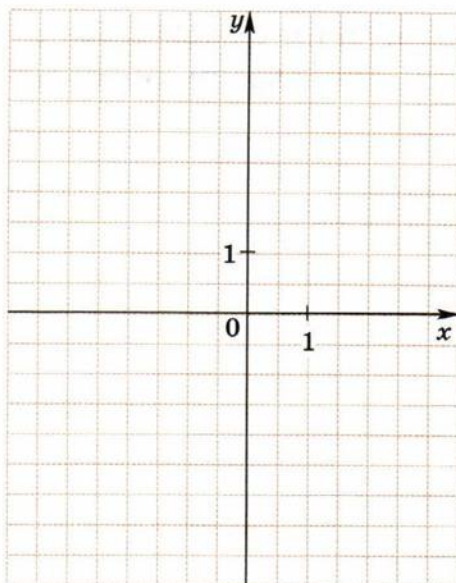
.....

.....

.....

.....

.....



x		
y		

x		
y		

Ответ:

12. Решите систему уравнений $\begin{cases} ax + by = a + b, \\ ax - 2by = 2a - b \end{cases}$ относительно переменных x и y , считая a и b известными числами, отличными от нуля.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

15. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} (2x-1)^2 - (2x+3)^2 = 10y, \\ (y+2)^2 - (y-4)^2 = -30x. \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

39. СПОСОБ СЛОЖЕНИЯ

I

1. Запишите уравнения, которые получатся, если обе части уравнения $2x - 7y = 11$ умножить на: а) -2 ; б) 4 .

а)

б)

2. Закончите решение системы уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} 9x - 10y = 25, \\ 4x + 5y = 30; \end{cases} \cdot 2 \qquad \begin{cases} 9x - 10y = 25, \\ 8x + 10y = 60; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 2x - 3y = 23, \\ 3x - 15y = 66; \end{cases} \cdot (-5) \qquad \begin{cases} -10x + 15y = -115, \\ 3x - 15y = 66; \end{cases}$$

Ответ: а) _____ б) _____

3. Закончите решение системы уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} 2x - 5y = 5, \\ -3x + 4y = -18; \end{cases} \cdot 3 \qquad \begin{cases} 6x - 15y = 15, \\ -6x + 8y = -36; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 4a - 5b = -1, \\ 5a - 2b = -14; \end{cases} \cdot 2 \qquad \begin{cases} 8a - 10b = -2, \\ -25a + 10b = 70; \end{cases}$$

Ответ: а) б)

4. Решите систему уравнений методом сложения:

$$\text{а) } \begin{cases} 6x - 5y = -12, \\ 4x + 3y = 30; \end{cases} \qquad \text{б) } \begin{cases} 3x + 5y = 7, \\ 2x - 7y = 15. \end{cases}$$

Ответ: а) б)

б) $M(5; 14)$ и $N(-10; -4)$.

Ответ: а) $k =$ $b =$ б) $k =$ $b =$



7. Найдите решение системы уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} 3(4x - 2) + 3x = 4(2 - y) - 38, \\ 5(2x - 1) - 4y = 3(2y + 7) - 61; \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 4(2x - 6) - 3(x - 2y) = 2(4y - 7) + 22, \\ 11x - 3(3x + 5) = 5(4 - 2y) - 33. \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ: а) б)

8. Решите методом сложения систему уравнений относительно переменных x и y , считая a и b известными числами, отличными от нуля:

$$\begin{cases} ax + by = 2(a + b), \\ 2ax - 3by = 3(a - b). \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

-
- This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Ответ:

.....
.....
.....
.....
Ответ:

12. Закончите решение системы уравнений
$$\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{2}{y} = 13, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 5. \end{cases}$$

Введём новые переменные $u = \frac{1}{x}$, $v = \frac{1}{y}$.

После замены переменных уравнения становятся линейными:

$$\begin{cases} 3u + 2v = 13, \\ u + v = 5. \end{cases}$$

.....
.....
.....
.....
.....

Ответ:

13. Решите систему уравнений:
$$\begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 0,25, \\ \frac{2}{x} + \frac{2}{y} = 1,5. \end{cases}$$

.....
.....
.....

Ответ:

40.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ

I

1. В первой вазе x яблок, во второй — y яблок. Составьте уравнение по следующему условию:
 - а) в двух вазах 15 яблок:
 - б) в первой вазе на 4 яблока меньше, чем во второй:
 - в) в первой вазе в 3 раза больше яблок, чем во второй:
 - г) после того как из первой вазы переложили во вторую 2 яблока, в двух вазах стало яблок поровну:
 2. Из двух пунктов, расстояние между которыми 81 км, выехали одновременно навстречу друг другу два велосипедиста и встретились через 3 ч. Известно, что скорость первого велосипедиста на 3 км/ч больше скорости второго. Определите скорость каждого велосипедиста.
- Заполните пропуски и закончите решение задачи.

Решение. Пусть скорость первого велосипедиста x км/ч, а второго — y км/ч. За 3 ч первый велосипедист проехал км, а второй — км. Велосипедисты встретились, значит, вместе они проехали 81 км. Следовательно,

(1)

Скорость первого велосипедиста на 3 км/ч больше скорости второго, следовательно,

..... (2)

Из уравнений (1) и (2) составим систему:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

3. Периметр равнобедренного треугольника равен 23 см. Если его боковую сторону уменьшить в полтора раза, а основание увеличить на 1 см, треугольник станет равносторонним. Определите стороны равнобедренного треугольника.

Заполните пропуски и закончите решение задачи.

Решение. Пусть основание равнобедренного треугольника равно x см, а боковая сторона равна y см, тогда периметр треугольника $P = \dots\dots\dots$ см. По условию периметр равен 23 см, следовательно,

..... (1)

После уменьшения боковой стороны в полтора раза, т. е. в $1\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ раза, она станет равной $y : \frac{3}{2} = \dots\dots\dots$ см. Основание после увеличения на 1 см станет равным $\dots\dots\dots$ см. Треугольник стал равносторонним, следовательно:

..... (2)

Из уравнений (1) и (2) составим систему:

.....

.....

.....
.....
.....
.....
Ответ:

4. Утроенный угол при основании равнобедренного треугольника на 116° больше удвоенного угла при вершине. Найдите величину каждого угла треугольника.

Решение.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
Ответ:

5. В копилке оказались только десятирублёвые и пятирублёвые монеты на общую сумму 160 р. Сколько было десятирублёвых монет и сколько пятирублёвых, если всего было 25 монет?

Решение.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

6. Пассажирский поезд, состоящий из электровоза и 20 вагонов, весит 426,5 т, причём вес электровоза на 6,5 т больше веса пяти вагонов. Найдите, сколько весит электровоз и сколько один вагон.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

7. Три стороны четырёхугольника равны между собой, а четвёртая сторона на 18 см больше каждой из них. Определите длину каждой стороны четырёхугольника, если известно, что его периметр равен 106 см.

Решение.

.....

Ответ:

Ответ:

9. За 2 ч по течению реки и 1 ч 30 мин против течения моторная лодка может пройти 55 км, а за 30 мин по течению реки и 2 ч против течения она может пройти 30 км. Определите скорость лодки в стоячей воде и скорость течения реки.

Решение.

.....

Ответ:

10. Два токаря должны были вместе выточить 220 деталей. К середине дня первый токарь выполнил 70% своего задания, а второй — половину своего, причём первый токарь выточил на 10 деталей больше, чем второй. Сколько деталей должен был выточить каждый токарь?

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

11. Периметр прямоугольника равен 40 см. После того как его длину уменьшили на 25%, а ширину увеличили на 10%, его периметр стал равен 32,8 см. Найдите сторону квадрата, равновеликого данному прямоугольнику.

Решение.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ответ:

12. В магазине было два мешка с ядрицей одинаковой массы и три мешка с пшеном. Масса всех пяти мешков составляла 230 кг. После того как из каждого мешка с ядрицей продали по 25%, а из каждого мешка с пшеном по 40%, масса крупы в пяти мешках стала равна 150 кг. Сколько килограммов ядрицы и сколько пшена было в каждом мешке первоначально?

Решение.

[illegible]

Ответ:

13. Чтобы получить 60 г восьмипроцентного раствора серной кислоты, смешали серную кислоту пятипроцентного и десятипроцентного растворов. Сколько было взято кислоты каждого раствора? Заполните пропуски и закончите решение задачи.

Решение. Пусть было взято x г пятипроцентного и y г десятипроцентного раствора. Всего получилось 60 г, следовательно,

..... (1)

Содержание серы в первом растворе составило г,
а во втором — г. В восьмипроцентном растворе
содержание серы равно г. Значит,

..... (2)

Из уравнений (1) и (2) составим систему:

[illegible]

Ответ:

14. Если первое из двух заданных чисел уменьшить на 20%, а второе увеличить на 50%, то их сумма уменьшится на 6. Если же первое число увеличить на 5%, а второе уменьшить на 10%, то их сумма увеличится на 2. Найдите оба числа.

Решение.

[illegible]

Ответ:

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
-------------------	---

Глава IV. Многочлены

22. Многочлен и его стандартный вид.....	4
23. Сложение и вычитание многочленов.....	8
24. Умножение одночлена на многочлен.....	13
25. Вынесение общего множителя за скобки	21
26. Умножение многочлена на многочлен.....	26
27. Разложение многочлена на множители способом группировки.....	33

Глава V. Формулы сокращённого умножения

28. Возведение в квадрат и в куб суммы и разности двух выражений.....	38
29. Разложение на множители с помощью формул квадрата суммы и квадрата разности.....	44
30. Умножение разности двух выражений на их сумму.....	48
31. Разложение разности квадратов на множители.....	53
32. Разложение на множители суммы и разности кубов	58
33. Преобразование целого выражения в многочлен.....	62
34. Применение различных способов для разложения на множители	67

Глава VI. Системы линейных уравнений

35. Линейное уравнение с двумя переменными	73
36. График линейного уравнения с двумя переменными	78
37. Системы линейных уравнений с двумя переменными	82
38. Способ подстановки.....	87
39. Способ сложения.....	94
40. Решение задач с помощью систем уравнений	103